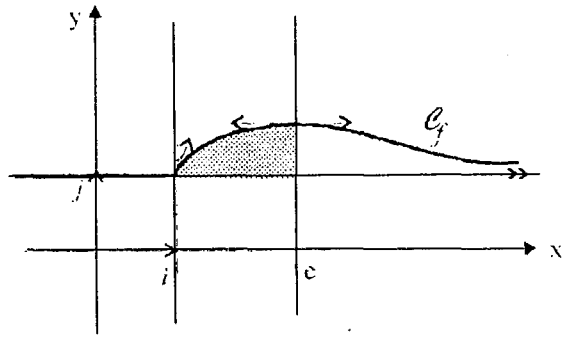

l'équation de la demi-tangente en 1 est $\begin{cases} y = x \\ x \geq 1 \end{cases}$

b) $A = \int_1^e (f(x) - 1)dx$ $(U.A)$

$$\int_1^e (f(x) - 1)dx = \int_1^e \frac{Logx}{x} dx = \int_1^e \frac{1}{x}.Logxdx$$

$$= \left[\frac{Log^2 x}{2}\right]_1^e = \frac{1}{2} Log^2 e = \frac{1}{2} \text{ d'où } A = \frac{1}{2} \text{ (U.A)}$$

3°/ a) $\varphi(x) = \int_1^x tf(t)dt$

* pour tout $x \in]-\infty, 1]$: $\varphi(x) = \int_1^x tdt = \left[\frac{t^2}{2}\right]_1^x = \frac{x^2 - 1}{2}$

* pour tout $x \in]1, +\infty[$: $\varphi(x) = \int_1^x (t + Logt)dt = \int_1^x tdt + \int_1^x Logtdt$

* $\int_1^x tdt = \left[\frac{t^2}{2}\right]_1^x = \frac{x^2 - 1}{2}$

* Intégrons par parties : $\int_1^x Logtdt$

Posons $\begin{cases} u'(t) = 1 \\ v(t) = Logt \end{cases}$ et $\begin{cases} u(t) = t \\ v'(t) = \frac{1}{t} \end{cases}$

d'où $\int_1^x Logtdt = [tLogt]_1^x - [t]_1^x = xLogx - x + 1$